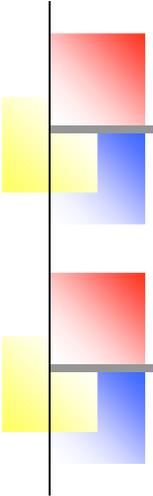


**Universidade Federal Fluminense**  
**Instituto de Física**  
**Física IV**



---

**Funções de Onda e Incerteza**

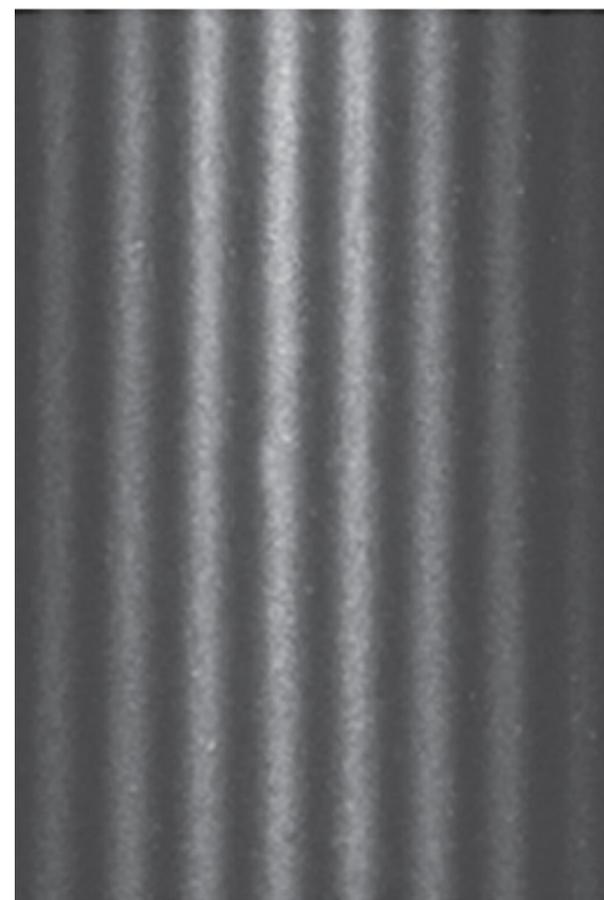
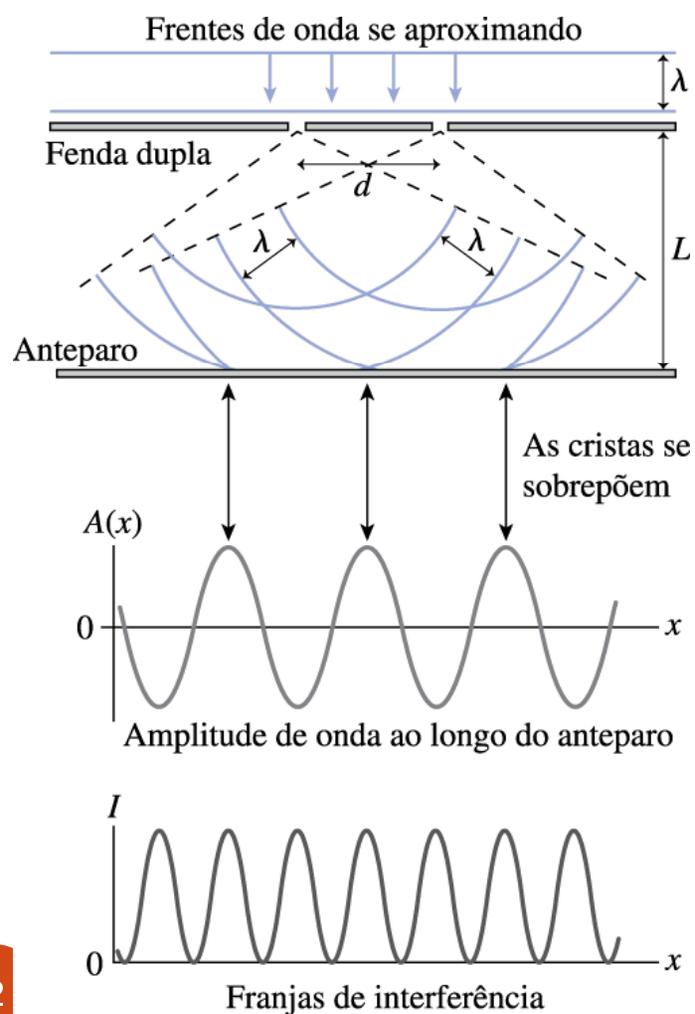
---

**Daniel**

Niterói, 10 de Junho de 2013

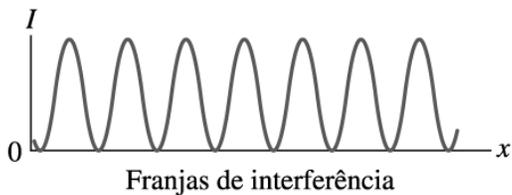
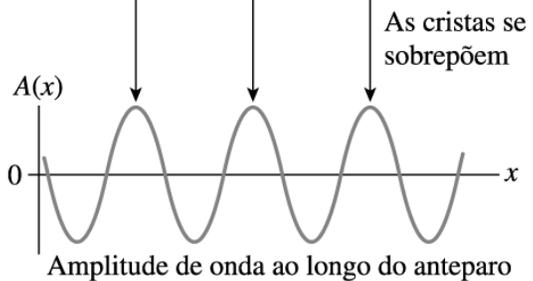
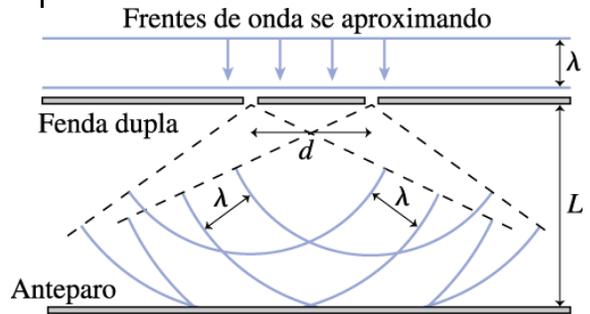
# Interferência

## Interferência da fenda dupla

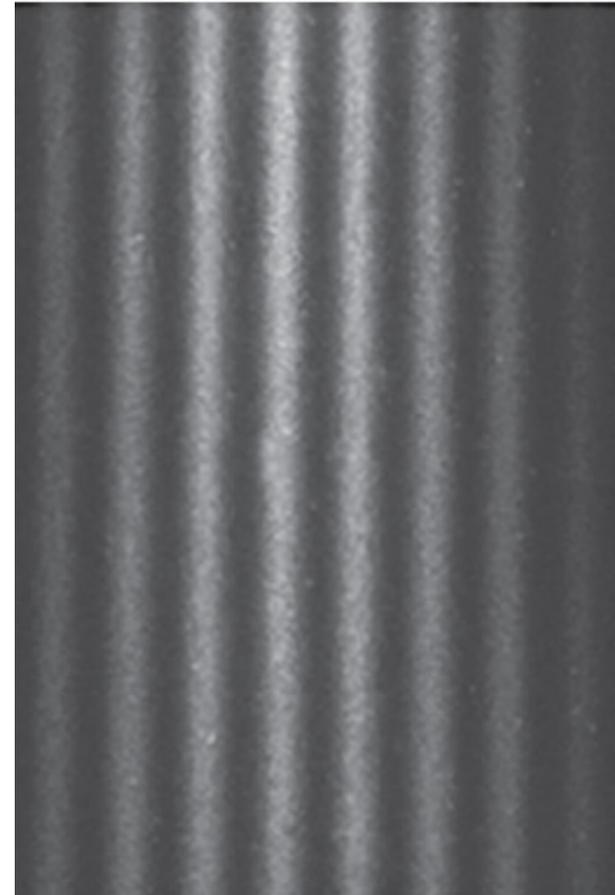


# Interferência (perspectiva fótons)

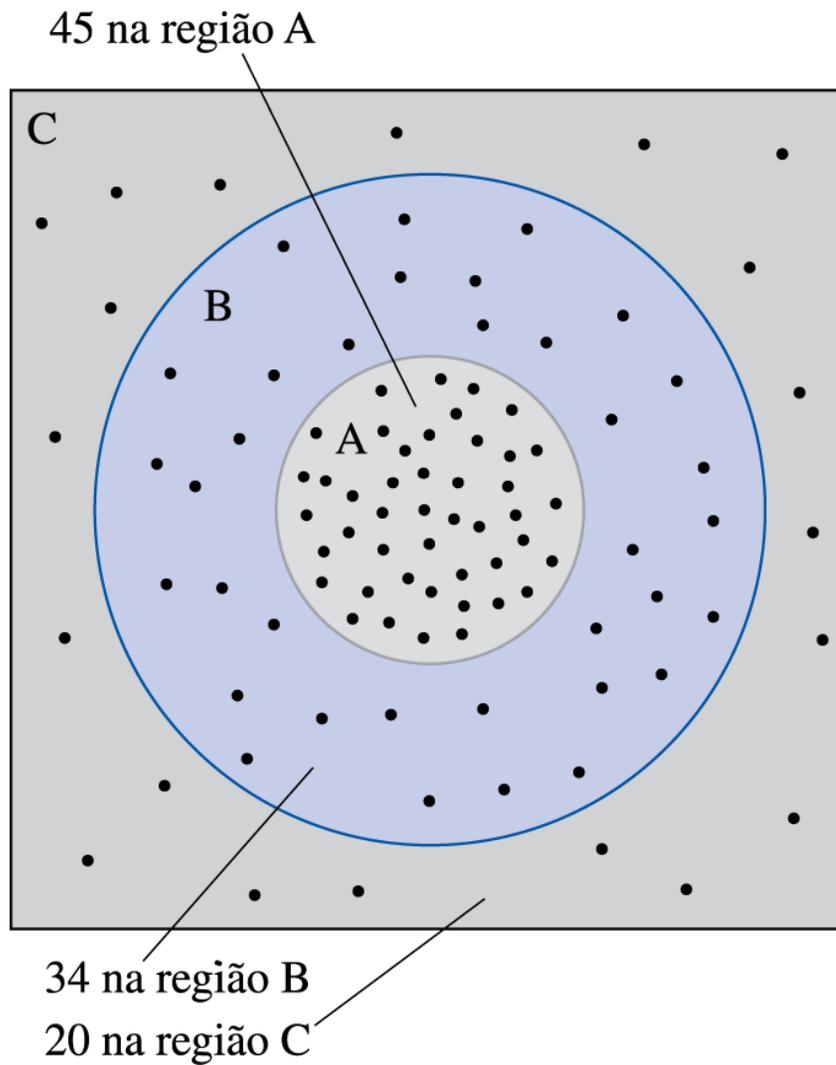
## Interferência da fenda dupla



→ Fótons

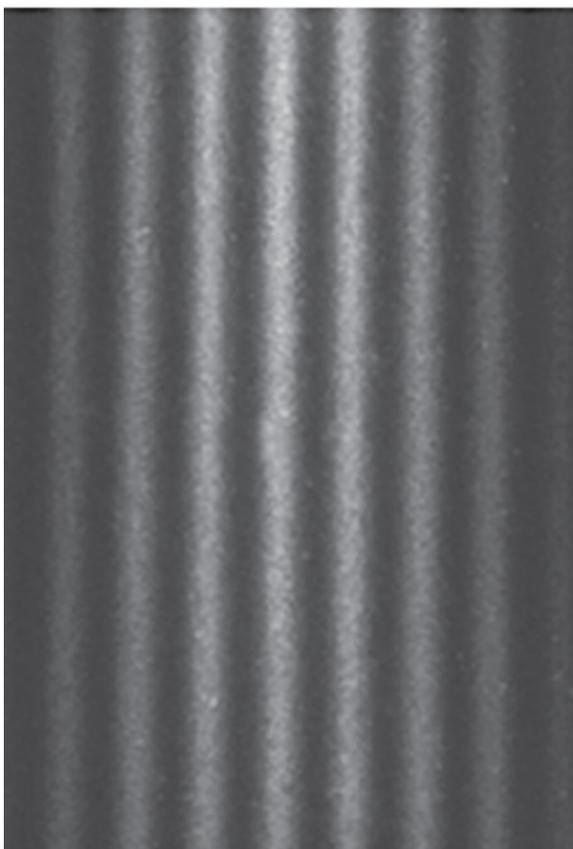


# Probabilidade

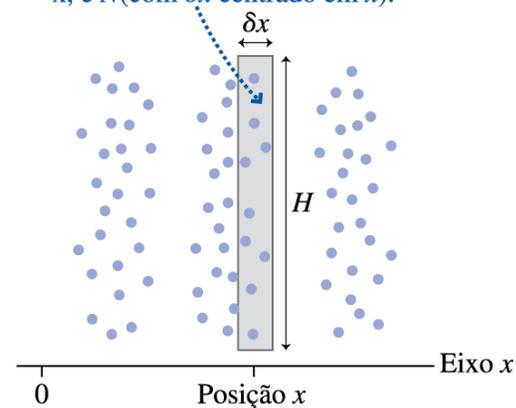


# Interferência

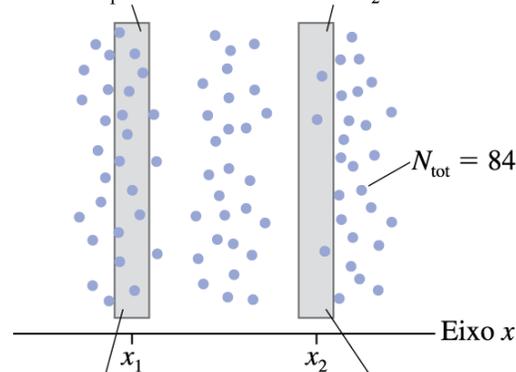
## Uma análise sob o ponto de vista de fótons



- (a) O número de fótons nesta faixa estreita, quando ela está na posição  $x$ , é  $N$  (com  $\delta x$  centrado em  $x$ ).



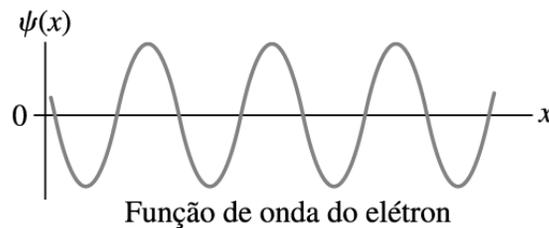
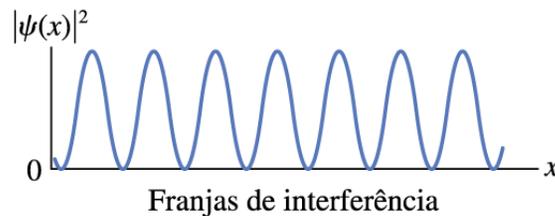
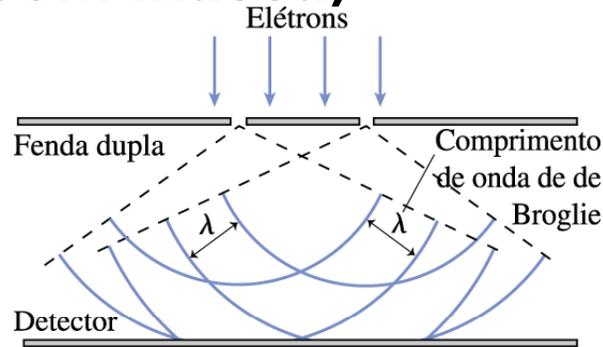
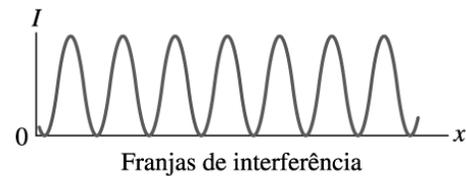
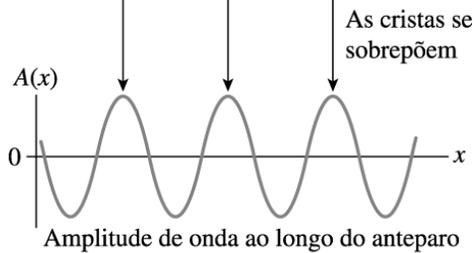
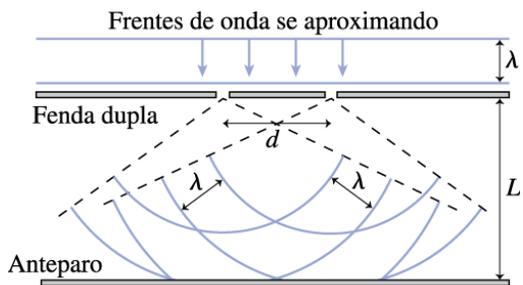
- (b)  $N$  (com  $\delta x$  centrado em  $x_1$ ) = 12       $N$  (com  $\delta x$  centrado em  $x_2$ ) = 3



Prob (com  $\delta x$  centrado em  $x_1$ )  $\approx 12/84 = 4/28$       Prob (com  $\delta x$  centrado em  $x_2$ )  $\approx 3/84 = 1/28$

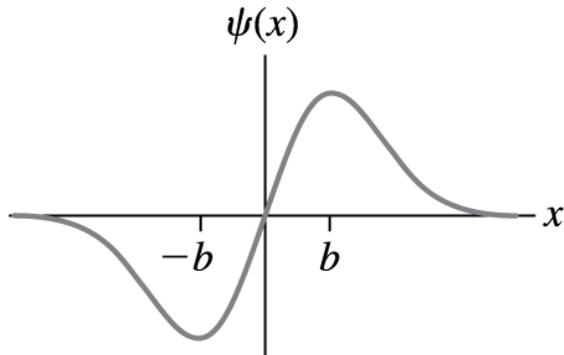
# Interferência

## Uma análise sob o ponto de vista de elétrons (partículas com massa)

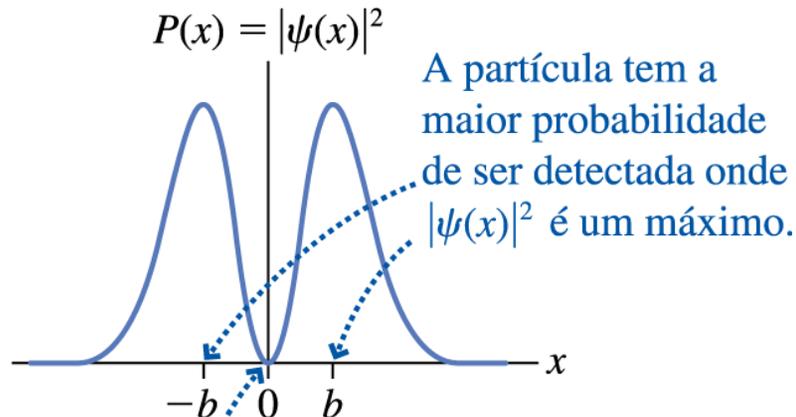


# Função de onda de um elétron

(a) Função de onda

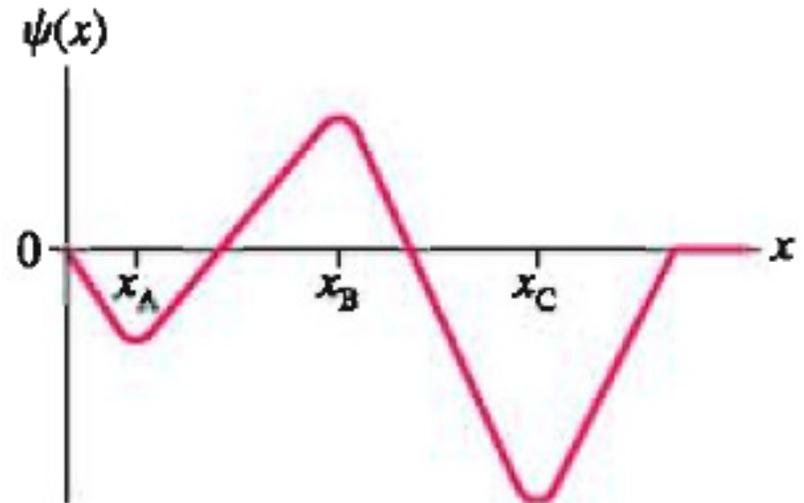


(b) Densidade de probabilidade

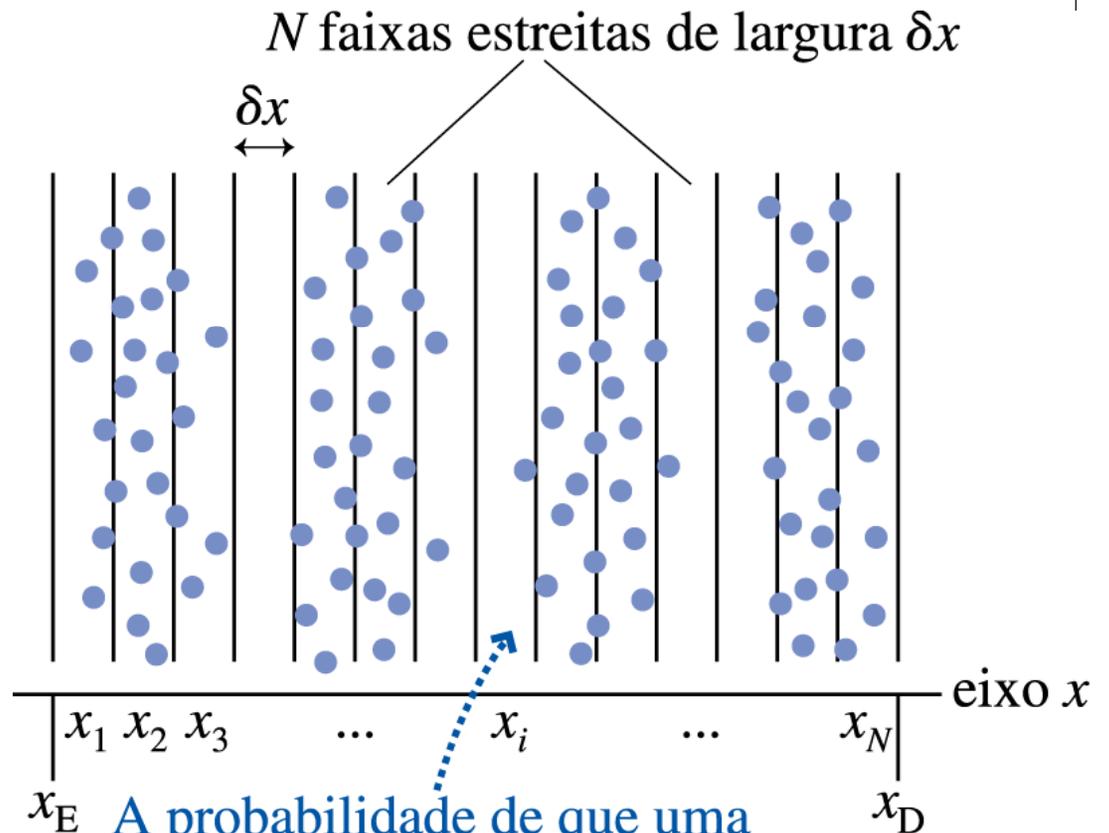
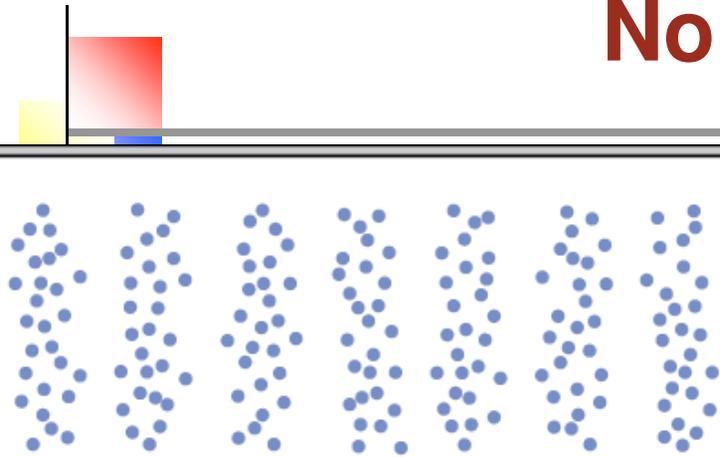


A partícula tem probabilidade nula de ser detectada onde  $|\psi(x)|^2 = 0$ .

Esta é a função de onda de um nêutron. Em que valor de  $x$  há maior probabilidade de encontrarmos o nêutron?

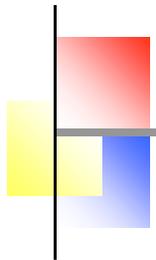


# Normalização



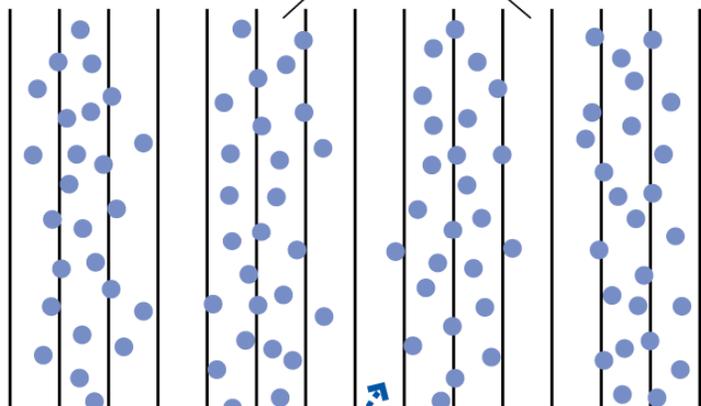
A probabilidade de que uma partícula incida na faixa  $i$  é  
 $\text{Prob}(\text{com } \delta x \text{ centrado em } x_i) = P(x_i) \delta x.$

# Normalização



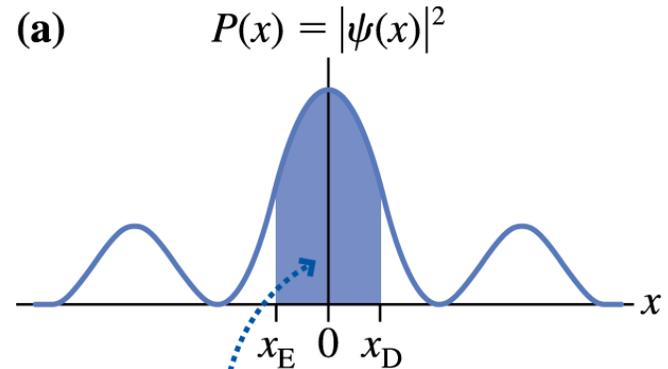
$N$  faixas estreitas de largura  $\delta x$

$\delta x$

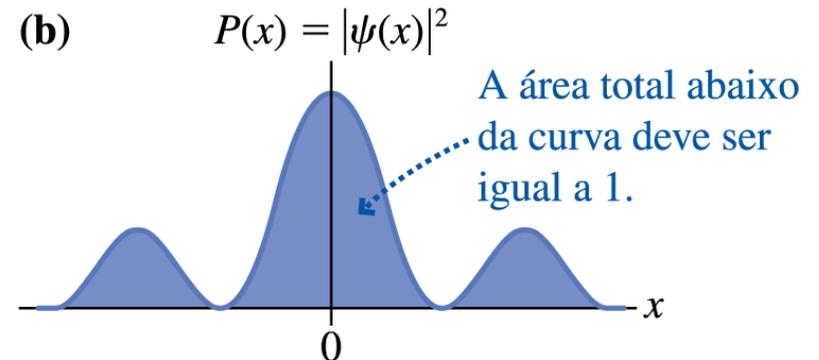


$x_1$   $x_2$   $x_3$  ...  $x_i$  ...  $x_N$  eixo  $x$   
 $x_E$   $x_D$

A probabilidade de que uma partícula incida na faixa  $i$  é  
 $\text{Prob}(\text{com } \delta x \text{ centrado em } x_i) = P(x_i) \delta x.$

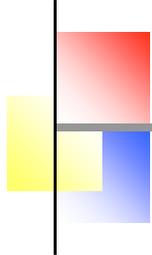


A área abaixo da curva entre  $x_E$  e  $x_D$  é a probabilidade de encontrar a partícula entre  $x_E$  e  $x_D$ .



A área total abaixo da curva deve ser igual a 1.

Em todo intervalo de  $x$ :  $-\infty$  até  $+\infty$



## Exercício de normalização

---

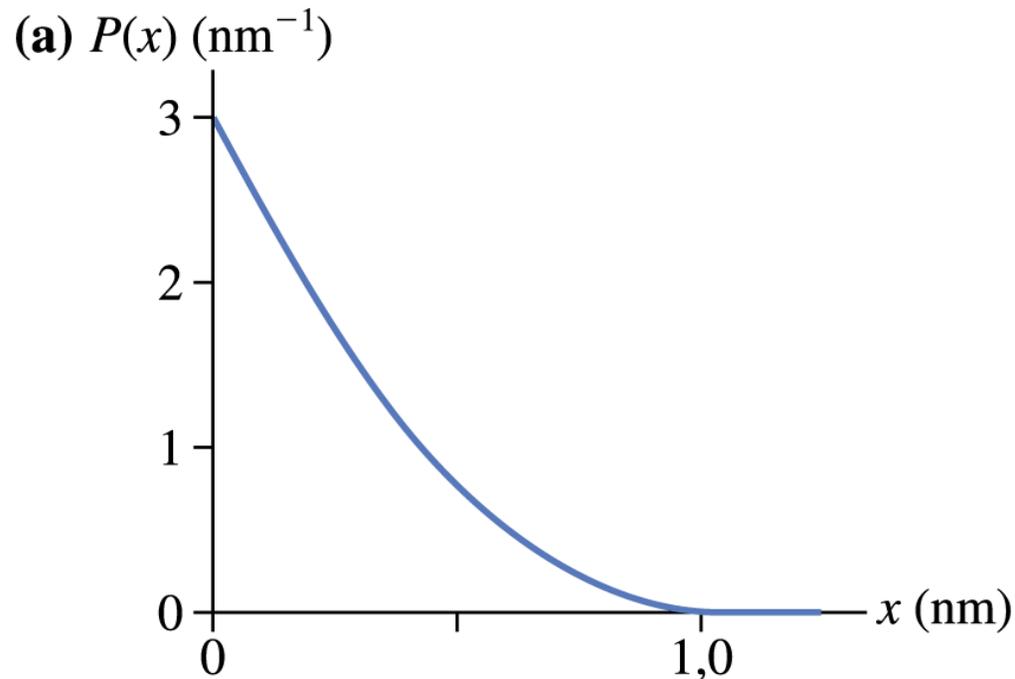
40.2 - A figura abaixo mostra a função de onda de um partícula confinada em uma região delimitado por  $x = 0$  e  $x = L = 1,0$  nm. Fora dessa região, a função de onda é nula.

- a) Determine o valor de  $c$ .
- b) Desenhe o gráfico da densidade de probabilidade  $P(x)$ .
- c) Trace uma figura com pontos que indique onde as primeiras 40 ou 50 partículas podem se encontradas.
- d) Calcule a probabilidade de encontrar a partícula em uma região com largura  $\delta x = 0,01$  nm centrada nas posições  $x_1 = 0,05$  nm,  $x_2 = 0,5$  nm e  $x_3 = 0,95$  nm.

# Normalização

A figura abaixo mostra a função de onda de um partícula confinada em uma região delimitado por  $x = 0$  e  $x = L = 1,0$  nm. Fora dessa região, a função de onda é nula.

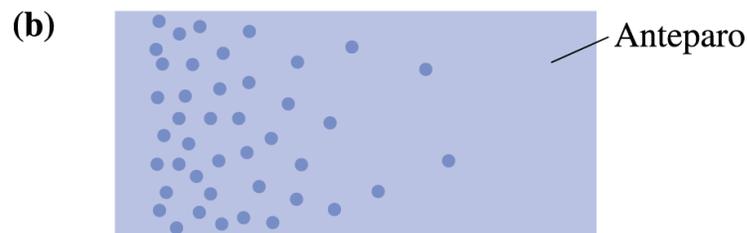
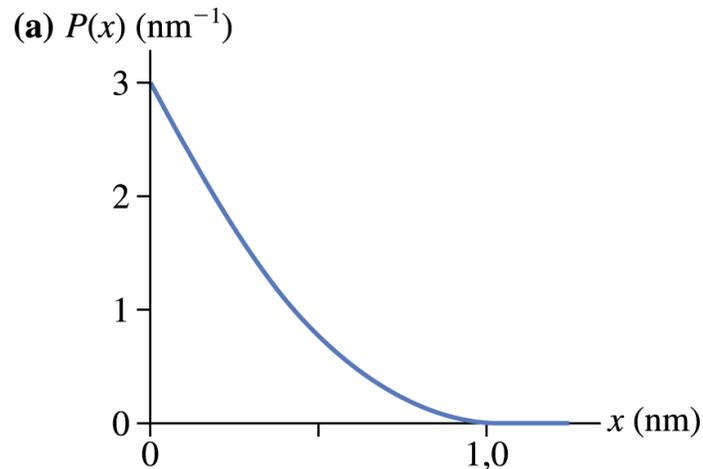
- Determine o valor de  $c$ .
- Desenhe o gráfico da densidade de probabilidade  $P(x)$ .



# Normalização

A figura abaixo mostra a função de onda de um partícula confinada em uma região delimitado por  $x = 0$  e  $x = L = 1,0$  nm. Fora dessa região, a função de onda é nula.

c) Trace uma figura com pontos que indique onde as primeiras 40 ou 50 partículas podem se encontradas.



# Exercício de normalização

**40.3 – Uma determinada partícula é descrita pela função de onda**

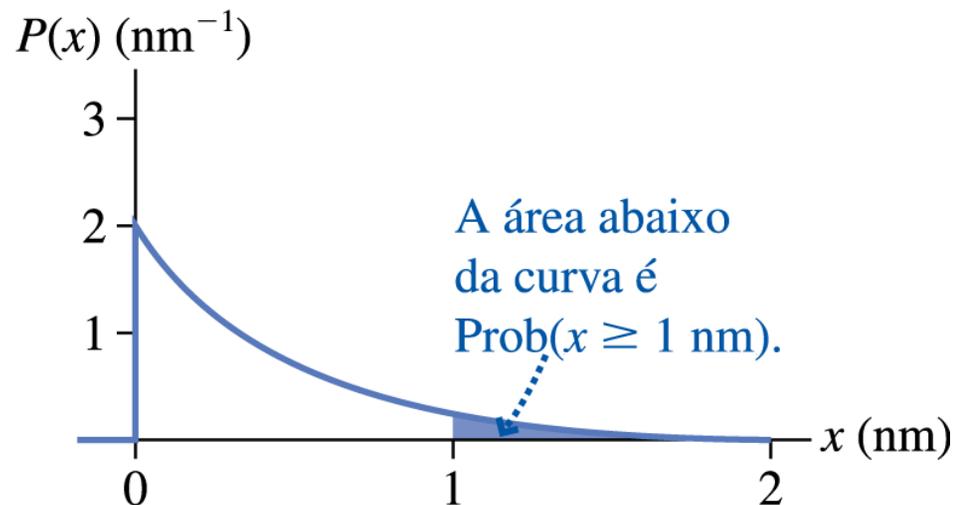
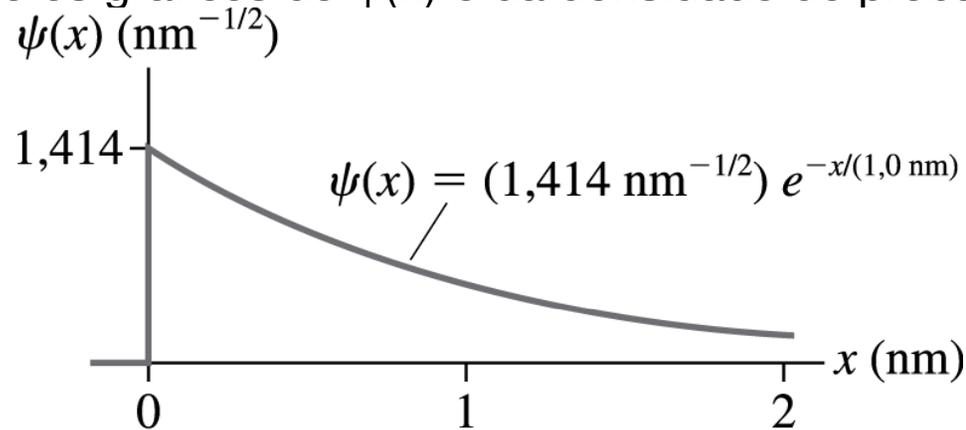
$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ ce^{-x/L} & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{onde } L = 1 \text{ nm.}$$

- Determine o valor de  $c$ .
- Desenhe os gráficos de  $\psi(x)$  e da densidade de probabilidade  $P(x)$ .
- Calcule a probabilidade de encontrar um partícula na região  $x \geq 1 \text{ nm}$

# Exercício de normalização

40.3 – Uma determinada partícula é descrita pela função de onda

b) Desenhe os gráficos de  $\psi(x)$  e da densidade de probabilidade  $P(x)$ .



# Princípio da incerteza de Heisenberg

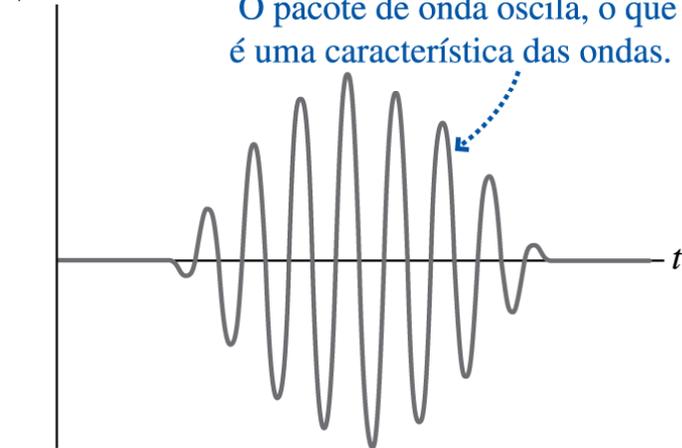
$$\Delta x \Delta p_x \geq h/2$$

Princípio da incerteza

Um pacote de onda pode representar tanto uma partícula material (função de onda  $\psi$ ) quanto um fóton (campo eletromagnético  $E$ ).

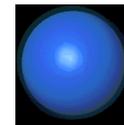
$\psi$  ou  $E$

O pacote de onda oscila, o que é uma característica das ondas.

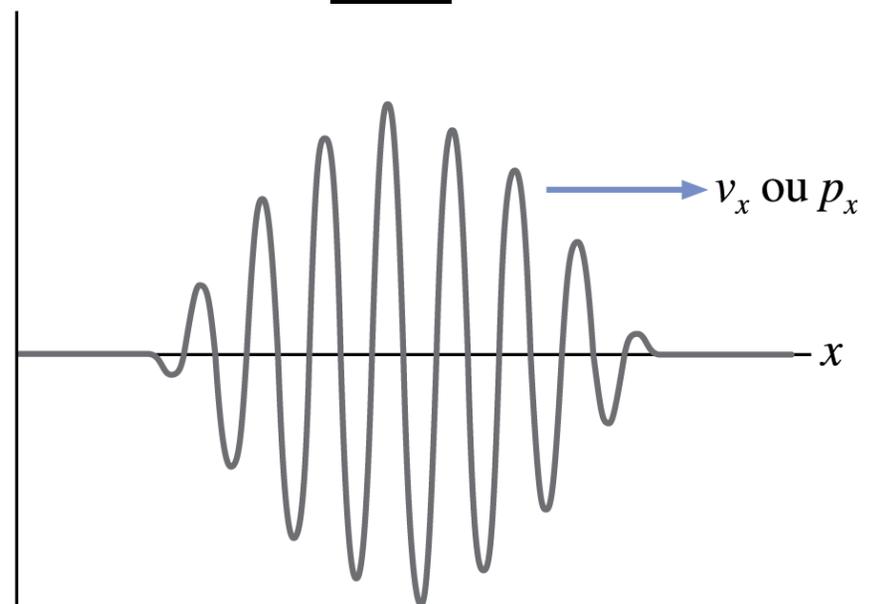


Duração do pacote de onda  $\Delta t$

O pacote de onda é localizado, o que é uma característica das partículas.



$\psi(x)$



Pacote de ondas de largura  $\Delta x$

# Princípio da incerteza de Heisenberg

## Incerteza de uma partícula de poeira:

Ex. 40.5 - Uma partícula de poeira com  $1,0 \mu\text{m}$  de diâmetro ( $m = 10^{-15} \text{ kg}$ ) está confinada em uma caixa de  $10 \mu\text{m}$  de comprimento. Podemos afirmar, com certeza, que a partícula encontra-se em repouso? Em caso negativo, em que faixa de valores é mais provável que meçamos a velocidade da partícula?

Considerando a incerteza na posição como a largura da caixa:  $\Delta x = L \text{ m}$ , a incerteza na velocidade (momento)  $\Delta v_x = 3 \times 10^{-14} \text{ m/s}$ .

Para percorrer  $1 \text{ mm}$  levaria  $2000$  anos. Ainda assim, não podemos ter certeza se a partícula está “realmente” em repouso.

# Princípio da incerteza de Heisenberg

## A incerteza de um elétron

Ex. 40.6 – Que faixa de velocidades pode ter um elétron confinado em uma região de 0,1 nm de comprimento, o tamanho aproximado de um átomo?

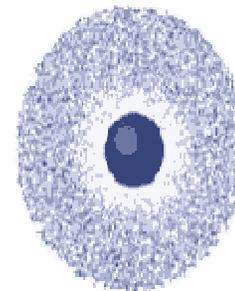
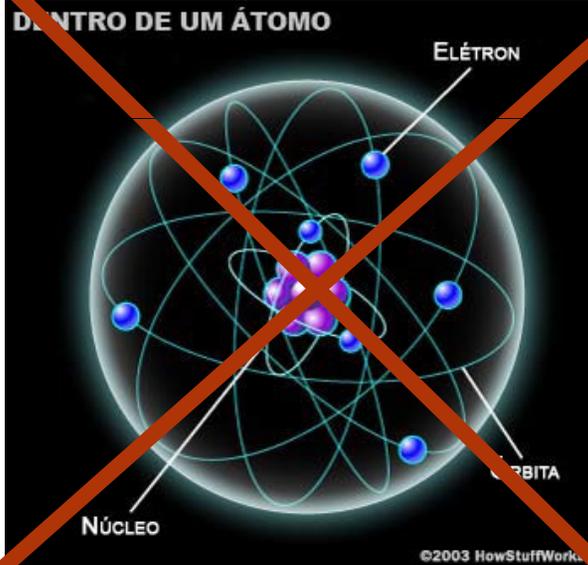
Considerando a incerteza na posição como:  $\Delta x = 0,1 \text{ nm}$ , a incerteza na velocidade (momento)  $\Delta v_x = 4 \times 10^6 \text{ m/s}$ , ou seja, tudo que podemos dizer é que a velocidade do elétron está na faixa de valores  $- 2 \times 10^6 \text{ m/s}$  e  $2 \times 10^6 \text{ m/s}$ . É impossível conhecer a velocidade desse elétron com maior precisão do que isso.

Percebam que é uma incerteza de  $\sim 100 \%$  na velocidade e na posição

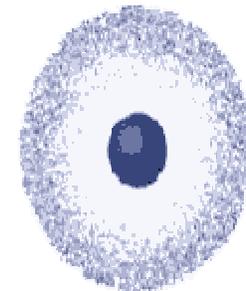
# Princípio da incerteza de Heisenberg

## Orbitais

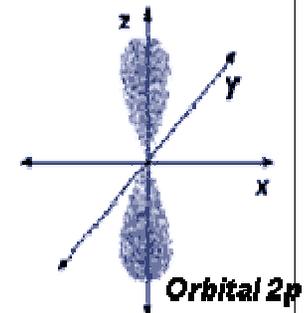
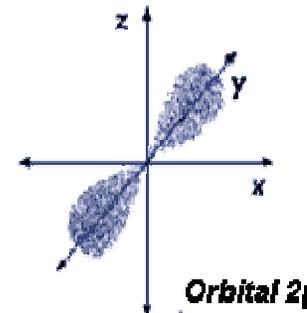
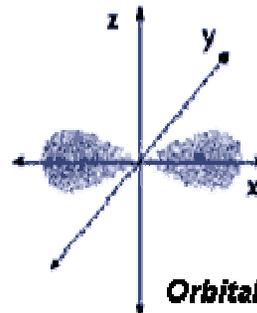
Orbitais atômicos, lugar com probabilidade de encontrar os elétrons



Orbital 1s



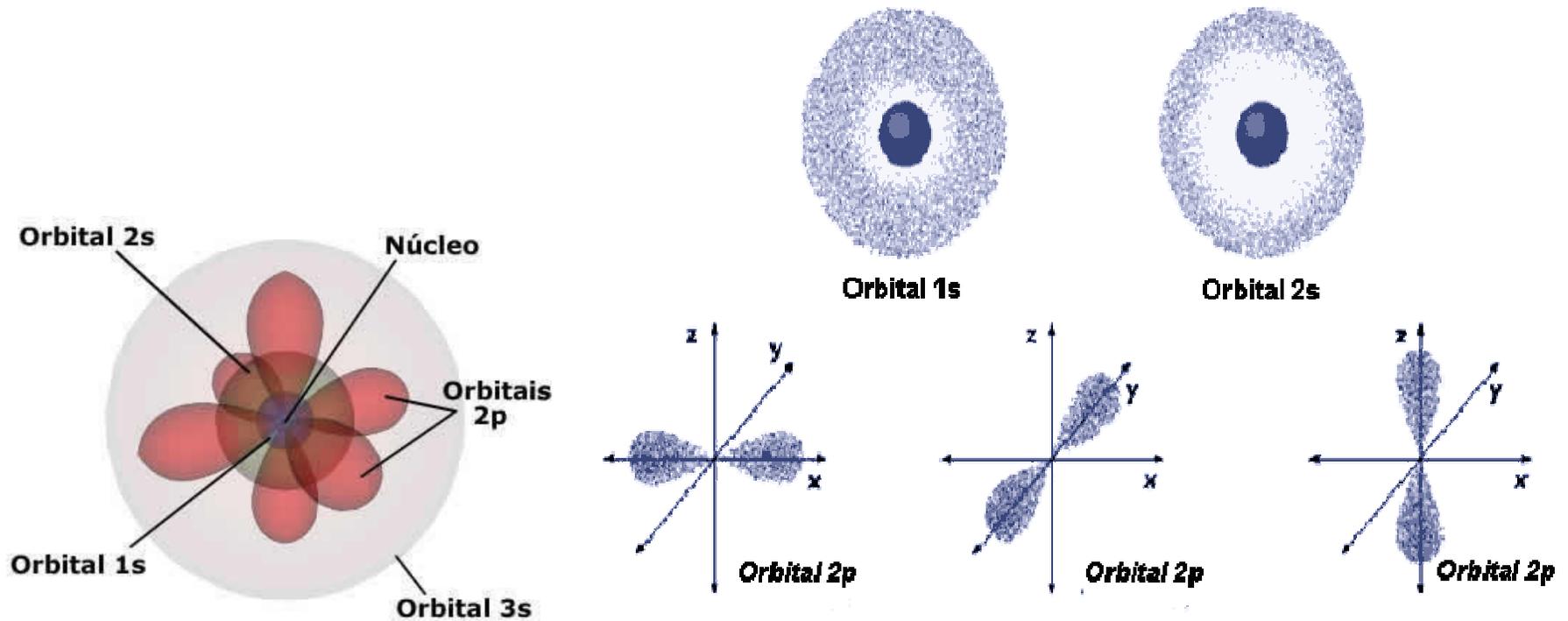
Orbital 2s



# Princípio da incerteza de Heisenberg

## Orbitais

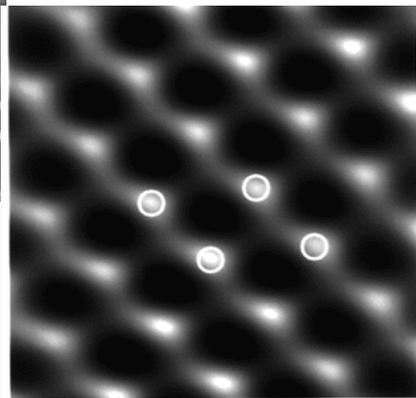
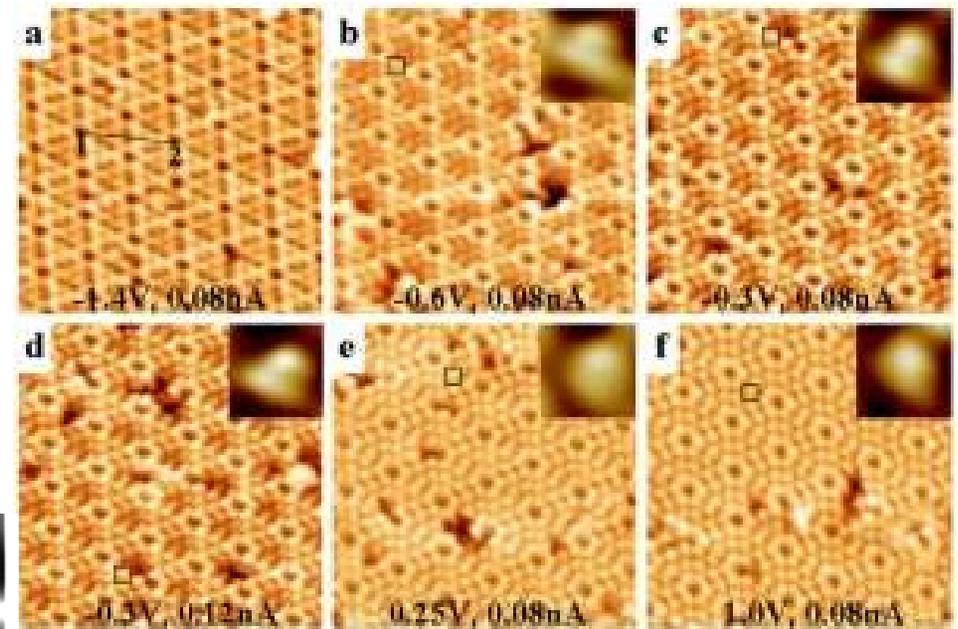
Orbitais atômicos, lugar com probabilidade de encontrar os elétrons



# Como “ver” átomos?

Microscópio eletrônico de transmissão (MET)

Microscópio eletrônico de Varredura (MEV)



0 0.5 1nm

# Como “ver” átomos?

## Microscópio força atômica

